

Problemes del mes de març de 2020

Envieu les vostres respostes a www.contrarellotge.cat/problemes-del-mes/ (problemes-del-mes/)

6è de Primària

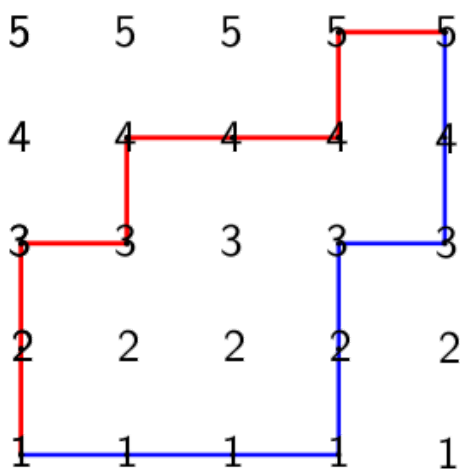
Una oca es va trobar un ramat d'oques i va dir "Hola, 100 oques!". Les oques li van respondre:

—No som 100 oques. Si al nostre ramat s'hi sumessin tantes oques com som, més la meitat, més la meitat de la meitat, més tu, llavors seríem "100" oques.

Quantes oques hi havia al ramat?

2n d'ESO

Un cargol es mou seguint les línies d'una quadrícula 5x5 com a la figura. Comença abaix a l'esquerra i es mou només cap a la dreta (→) o cap amunt (↑), fins arribar a dalt a la dreta.



Com que va tan lent, s'avorreix i decideix fer un joc: va multiplicant tots els números per sobre dels quals passa.

Quants camins pot seguir el cargol de manera que el resultat del producte sigui un quadrat perfecte?

Per exemple, al camí vermell acaba amb el producte $1 \cdot 2 \cdot 3^2 \cdot 4^3 \cdot 5^2 = 28800$; mentre que el blau, amb $1^4 \cdot 2 \cdot 3^2 \cdot 4 \cdot 5 = 360$, cap dels dos un quadrat.

4t d'ESO

El país *quadrat* és un petit país amb forma de quadrat, i té 8 ciutats diferents a la frontera.

Acaben de descobrir el tren i pretenen comunicar les ciutats construint una via (no necessàriament recta) diferent per a cada parella de ciutats.

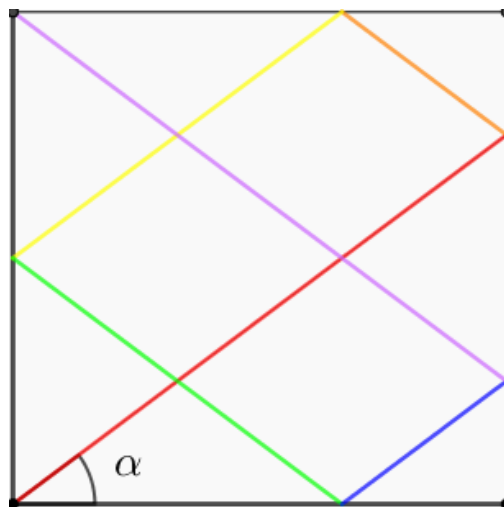
Òbviament, les vies han d'anar per l'interior o la frontera, però sense passar per cap altra ciutat o intersecció ja existent.

Si per a cada intersecció de vies (que no sigui una ciutat) posen un semàfor, quants en necessitaran com a mínim?

2n de Batxillerat

La Marta s'ha comprat un raig làser a la fira, que emet un raig de llum que pot viatjar una distància de fins a 5 metres en línia recta. Tota emocionada, li explica al seu professor de física la seva adquisició, i ell li proposa el següent experiment.

Es tracta de muntar un quadrat d'1 metre per 1 metre amb parets que tenen un mirall per dins, i detectors de llum a les cantonades. Llavors, des de la cantonada inferior esquerra encendre el làser, que rebotarà a les parets seguint la llei de la reflexió (mateix angle d'incidència que de sortida). L'objectiu és mesurar per a quins angles inicials (entre 0 i $\frac{\pi}{2}$, com s'indica a la figura), aquest raig arribarà a una cantonada, activant un dels detectors.



Mentre el professor de física comença a fer dibuixos i aproximacions, la seva professora de matemàtiques que seguia la conversa, s'apropa i afegeix: "Marta, crec que no necessites cap experiment per saber això. De fet, si tal com dius el làser pot recórrer fins a 5 metres justos, ja he calculat quants angles trobaràs".

En efecte, la professora de matemàtiques té raó, i es pot saber quants angles donaran una trajectòria que acabi en una cantonada, tenint en compte la limitació de distància. Pots dir quants en són?