

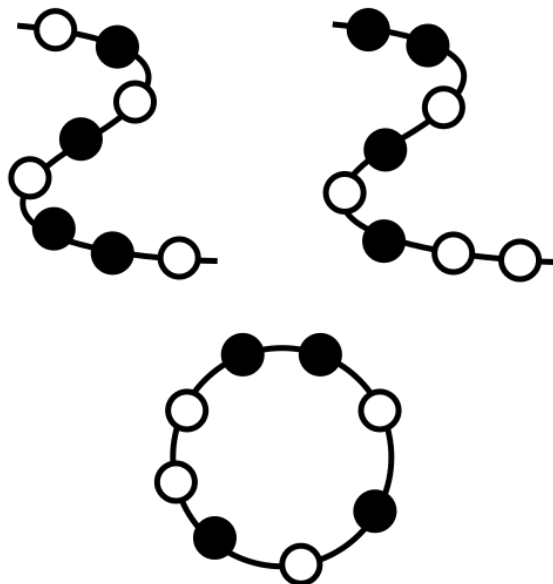
Problemes del mes d'octubre de 2021

Envieu les vostres respostes a
www.contrarellotge.cat/problemes-del-mes

6è de Primària

La Irene vol fer un braçalet de 8 perles: 4 de blanques i 4 de negres. De quantes maneres diferents pot posar les perles?

Tingues en compte que el braçalet es lliga en cercle i es pot girar en totes direccions. Per aquesta raó les dues files de perles del dibuix donen el mateix braçalet.



2n d'ESO

L'Helena té 29 anys, i comença aquest curs com a professora de matemàtiques a un petit grup d'alumnes. A la primera classe, la professora els fa notar:

La mitjana d'edat de tots nosaltres (alumnes i professora), és igual al nombre de persones que som.

i un alumne afegeix

Però també és cert que la mitjana d'edat sense comptar la professora és igual al nombre d'alumnes!

Amb aquesta informació, quants alumnes hi ha a la classe de l'Helena?

4t d'ESO

Direm que un nombre enter és *masnoví* si compleix que es pot expressar com la suma de 100 nombres enters consecutius.

Quants nombres masnovins hi ha entre -2021 i 2021 , ambdós inclosos?

Per exemple, el 5050 és un nombre masnoví ja que $5050 = 1 + 2 + \dots + 100$.

Nota 1: Els nombres enters són $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$.

Nota 2: Una història que s'explica sovint és com Carl Gauss, amb tan sols vuit anys, va deduir el valor d'aquesta suma $S = 1 + 2 + \dots + 100$. La professora els ho havia posat com a problema per tenir-los entretinguts una estona, però ell ràpidament va trobar una manera elegant de resoldre-ho, aparellant els nombres com

$$\begin{aligned} 2 \cdot S &= (1 + 2 + \dots + 100) + (100 + 99 + \dots + 1) = \\ &= (1 + 100) + (2 + 99) + \dots + (100 + 1) = 101 \cdot 100 \implies S = \frac{100 \cdot 101}{2} \end{aligned}$$

2n de Batxillerat

En Vidal i la Valèria estan esperant el tren, que torna a fer tard. Per entretenir-se, en Vidal proposa a la Valèria que endevini dos números **enters positius** que s'acaba de pensar: x i y . Ara bé, només li dona la següent informació

$$\begin{cases} x \cdot y = 2^5 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11^2 \\ \text{mcd}(x, y) = 20 \end{cases}$$

És a dir, li diu el resultat de multiplicar els dos números, i que el màxim comú divisor dels dos és 20. Amb això, quants números diferents podria ser x ?

Nota: Recorda que el màxim comú divisor de dos números és el número més gran que els divideix als dos.

ATENCIÓ: Anteriorment no s'especificava a l'enunciat, però els nombres x, y s'entén que són enters positius.