

Problemes del mes de febrer de 2023

Envieu les vostres respostes a

www.contrarellotge.cat/problemes-del-mes

6è de Primària

El Greg està numerant les pàgines del seu diari per fer-ne un índex al final. Naturalment, el Greg comença amb la pàgina 1. En total escriu 151 xifres fins a arribar al final del diari. Quantes pàgines té el diari? (Recorda que "xifra" no és el mateix que "número". El número 23, per exemple s'escriu amb dues xifres.)

2n d'ESO

Fem un resum ràpid de bases. Normalment escrivim els números en base 10. Per exemple, 123 vol dir $1 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 1$. Però també es poden usar altres bases, per exemple base 4. Usar base 4 vol dir que la posició més a la dreta val 1, la següent cap a l'esquerra val 4, la següent $4 \cdot 4$, etc.

Per exemple, 123 en base 4 vol dir $1 \cdot 4 \cdot 4 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 = 1 \cdot 16 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 1$. Us deixem més exemples: 2 vol dir $2 \cdot 1$, 30 vol dir $3 \cdot 4$, 201 vol dir $2 \cdot 4 \cdot 4 + 1 \cdot 1$.

Diem que un enter positiu és 4-simètric si:

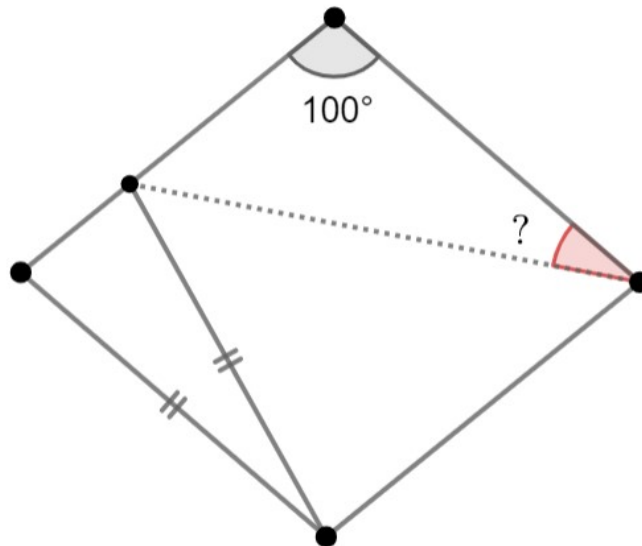
1. Els seus dígit (en base 10) són menor o iguals a 3
2. El seu últim dígit (en base 10) és diferent de 0
3. Els seus dígit en base 10 són els mateixos que els dígit en base 4, però donats la volta

Per exemple, 20 (base 10) no és 4-simètric perquè acaba en 0. I 22 no és 4-simètric perquè en base 4 s'escriu 112 ($22 = 1 \cdot 16 + 1 \cdot 4 + 2 \cdot 1$), que donat la volta és 211, no 20.

Ara, quina és la suma (en base 10) de tots els números 4-simètrics?

4t d'ESO

Considerem un rombe en el que coneixem un angle, com es veu en la figura. Dibuixem un segment (marcat amb dues ratlles) en l'interior del rombe que mesura el mateix que el costat del rombe. Aleshores, quant val l'angle vermell? (en graus)



2n de Batxillerat

Considerem el més famós dels triangles rectangles, el que té costats 3, 4, 5. Considerem una manera d'agrandir aquest triangle. Dibuixem, per cadascun dels costats, una recta paral·lela al costat del triangle que estigui a distància x d'aquest costat. Aquestes tres rectes tornen a formar un triangle. Si l'àrea del triangle gran és 16 cops l'àrea de l'original, quant val x ?

