

Problemes del mes de maig de 2023

Envieu les vostres respostes a

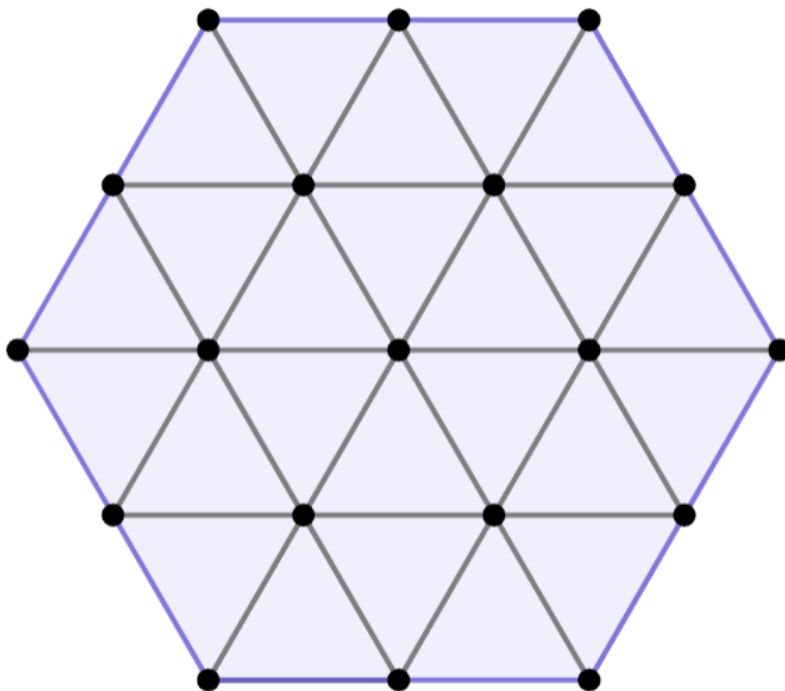
www.contrarellotge.cat/problemes-del-mes

6è de Primària

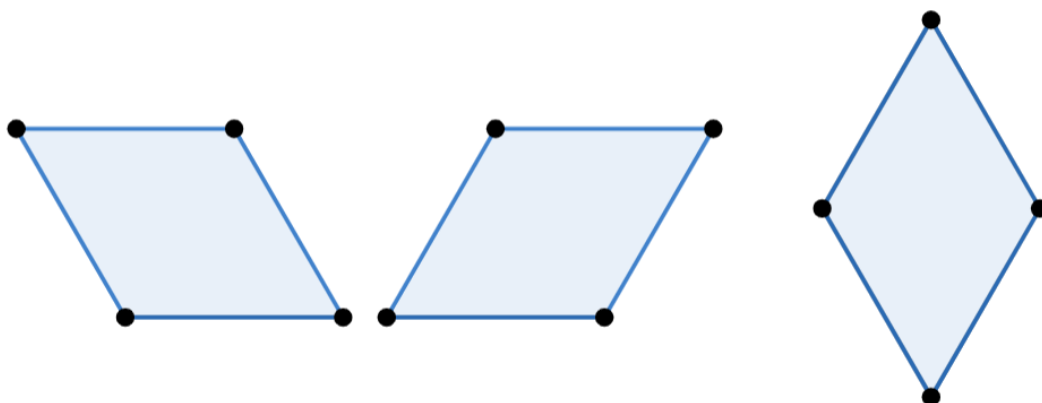
Direm que un número enter positiu és un número *tobogan* si cadascun dels seus dígit (tret de l'últim) és més gran que el dígit que té a la seva dreta. Per exemple, els números 8431, 50 i 4 són tobogans, però el 567, el 44 i el 0 no ho són (el 0 no ho és perquè no és positiu). Quants números tobogans hi ha?

2n d'ESO

L'Anna ha estat jugant amb un tauler hexagonal i unes peces en forma de diamant que li han regalat pel seu aniversari. La graella és un hexàgon regular de costat 2 subdividit en triangles equilàters de costat 1 com en la figura:



Les peces amb forma de diamant mesuren exactament el mateix que dos d'aquestes caselles amb forma de triangle equilàter i es poden posar recobrint dues caselles en horitzontal (com en els primers dos diagrames) o en vertical (com en l'últim):



Anna s'ha adonat que hi ha moltes maneres diferents de recobrir el tauler amb diamants (sense deixar forats ni que es solapin dues peces), així que s'ha proposat el repte d'omplir el tauler amb el mínim possible de diamants en vertical. Quin és aquest nombre mínim?

4t d'ESO

Abel diu que una potència perfecta és un enter positiu que es pot escriure com a^b on $a, b \geq 2$. Per exemple, ni 1 ni 2 són potències perfectes, però 4 sí. Hi ha enters positius que es poden escriure com suma de potències perfectes, com el $13 = 2^2 + 3^2$ i altres que no, com l'11. Abel està intentant trobar l'enter positiu més gran que no es pot escriure com suma de potències perfectes. Quin és?

2n de Batxillerat

Pere estava preparant una paradeta per vendre llibres en Sant Jordi. Posa els llibres en una pila dins d'una caixa, de manera que quan un client li vol comprar un dels llibres cal que tregui tots els que estan a sobre primer. No tots els llibres són igual de pesats ni és igual de probable que algú els vingui a comprar.

Tenint en compte que els pesos i les probabilitats de compra de cada llibre són:

Llibres	A	B	C	D	E	F
Pes (g)	800	600	300	500	400	300
Probabilitat	2/5	3/10	1/10	1/12	1/15	1/20

de quantes maneres diferents podria haver col·locat els llibres per tal de minimitzar l'esperança del pes aixecat per atendre al seu client?

NOTA: L'esperança (valor esperat) és el valor que es pot esperar que obtinguis quan facis un experiment aleatori. Es calcula multiplicant el valor de cada resultat per la probabilitat d'aquest resultat i sumant. Per exemple: si en la caixa hi ha dos llibres, el de dalt amb pes 1 kg i probabilitat $1/4$ i l'altre amb pes 2 kg i probabilitat $3/4$, tenim probabilitat $1/4$ d'haver de levantar 1 kg i probabilitat $3/4$ d'haver de levantar 3 kg. De manera que l'esperança és $1/4 \times 1 + 3/4 \times 3 = 2,5$ kg.